

1. Vyšetřete vázaný extrém funkce dvou proměnných $z = 3x^2 - y + 2x$ splňující podmínku $g: y - x + 1 = 0$. **MT2**

2. Určete definiční obor funkce a jeho vlastnosti (omezenost, otevřenost/uzavřenost, souvislost): $z = \sqrt{6 - x - x^2} - \ln(x^2 + y^2 - 4)$. **MT, MT2**

3. Pomocí Jordanovy vyjádřete obecné, základní řešení a libovolné partikulární řešení soustavy včetně diskuse o řešitelnosti vzhledem k bazickým proměnným $\{x_1, x_2, x_4\}$.

$$\begin{aligned}x_1 - 2x_2 + x_3 &= 1 \\2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 3x_4 &= -1 \\x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= -2 \\5x_1 - 9x_2 + 5x_3 + x_4 &= 4\end{aligned}$$

MT, MT1, UMT

4. Řešte rovnici se separovatelnými proměnnými $y^2 y' - \frac{\ln x}{x} \sqrt{y} = 0$. **MT2**

5. Vypočítejte nevlastní integrál $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + 2x + 2} dx$ a rozhodněte, zda konverguje nebo diverguje. **MT, MT2**

6. Vypočtěte střední hodnotu, rozptyl a odchylku diskrétní náhodné veličiny popsané pravděpodobnostní funkcí

$$p(x) = \begin{cases} 0,7 & \text{pro } x = 0, \\ 0,2 & \text{pro } x = 1, \\ 0,1 & \text{pro } x = 2, \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Pro tuto funkci nakreslete její graf. Dále určete předpis distribuční funkce a nakreslete i její graf. **UMT, MT2**

7. Spojitá náhodná veličina X má distribuční funkci

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \leq 1, \\ x \ln x - x + 1 & \text{pro } x \in (1; e), \\ 1 & \text{pro } x \geq e. \end{cases}$$

a) Určete hustotu pravděpodobnosti této náhodné veličiny.

b) Vypočtěte střední hodnotu $E(X)$.

c) Vypočítejte pravděpodobnost $P(X > \sqrt{e})$. **UMT, MT2**